Тема 1.3 **ЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ АЛГОРИТМИЗАЦИИ**

Мысль: Мысль — действие ума, разума, рассудка; см. Мышление. Мысль — то, что явилось в результате размышления, идея.

Логика – это наука о формах и способах мышления (первые учения – Древний Восток).

Основными формами мышления являются понятие, высказывание и умозаключение.

Понятие – это форма мышления, фиксирующая основные, существенные признаки объекта (например, прямоугольник, компьютер).

Высказывание – это форма мышления, в которой что-либо утверждается или отрицается, формулировка своего понимания окружающего мира (например, принтер является устройством печати, Буква «а» - гласная).

Умозаключение – это форма мышления, с помощью которой из одного или нескольких суждений может быть получено новое суждение – заключение (например, все углы равнобедренного треугольника равны → это треугольник равносторонний).

Составляющей алгоритмов являются логические условия, вычисление значений которых происходит в соответствии с аксиомами алгебры логики.

Основоположником формальной логики является Аристотель (IV до н.э.), а основы математической логики заложил англ.математик Джордж Буль. Основу математической логики составляет алгебра высказываний. Алгебра логики используется при построении основных узлов ЭВМ – шифратора, дешифратора, сумматора.

Логическое высказывание – это любое повествовательное предложение, в отношении которого можно однозначно сказать, истинно оно или ложно.

Простое высказывание, содержащее только одну мысль - ***логическая переменная***. Обозначается прописными (большими) буквами латинского алфавита (например, A, B, C) и могут принимать лишь два значения ИСТИНА (1) и ЛОЖЬ (0).

Над высказываниями можно производить определенные логические операции, в результате которых получаются новые *составные (сложные) высказывания*.

Логические операции – логические действия. К ним относятся:

1. *Конъюнкция (логическое умножение - И)* – обозначение «&» и « ˄». Результат будет истинным тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания истинны.

A	B	A ˄ B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

2. *Дизъюнкция (логическое сложение - ИЛИ)* – обозначение «˅». Результат будет истинным тогда, когда истинно хотя бы одно из высказываний.

A	B	A ˅ B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

3. *Инверсия (логическое отрицание – НЕ)* - обозначение «¬» и «¯» ($\bar{A}$). Результат будет истинным, если исходное высказывание ложно, и наоборот, ложным - если исходное высказывание истинно.

A	$\bar{A}$
0	1
1	0

4. *Эквивалентность* - обозначение «~». Результат будет истинным тогда, когда оба исходных высказывания либо истинны, либо ложны.

A	B	A ~ B
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

5. *Импликация (логическое следование)* - обозначение «→». Результат будет ложным только тогда, когда из истинного высказывания следует ложное.

A	B	A → B
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

При выполнении логических операций определен следующий порядок их выполнения: инверсия, конъюнкция, дизъюнкция. Для изменения указанного порядка используются скобки.

Например, $A \vee B \,\&\, C \quad \rightarrow \quad (A \vee B) \,\&\, C$

Каждое составное высказывание можно выразить в виде ***логического выражения*** (формулы), в которое входят *логические переменные*, обозначающие высказывания, и *знаки логических операций*, обозначающие логические функции.

Решение логических выражений записывают в виде ***таблиц истинности*** – таблиц, в которых по действиям показано, какие значения принимает логическое выражение при всех возможных наборах его переменных.

Для составления таблиц истинности необходимо:

- определить количество строк в таблице (2^n, n – количество переменных);

- определить количество столбцов в таблице (= количество логических переменных + количество логических операций);
- установить последовательность выполнения логических операций;
- построить таблицу, указывая названия столбцов и возможные наборы значений исходных логических переменных;
- заполнить таблицу истинности по столбцам.

Логические выражения, у которых последние столбцы таблиц истинности совпадают, называются *равносильными* – обозначение «=».

В алгебре высказываний можно проводить тождественные преобразования, заменяя одни высказывания равносильными им другими высказываниями, применяя следующие ***свойства логических операций***:

1) *коммутативность*
   $A \wedge B = B \wedge A$
   $A \vee B = B \vee A$
2) *закон идемпотентности*
   $A \wedge A = A$
   $A \vee A = A$
3) *двойное отрицание*
   $$\overline{\overline{A}} = A$$
4) *сочетательные (ассоциативные) законы*
   $A \vee (B \vee C) = (A \vee B) \vee C = A \vee B \vee C$
   $A \wedge (B \wedge C) = (A \wedge B) \wedge C = A \wedge B \wedge C$

5) *распределительные (дистрибутивные) законы*
   $A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$
   $A \vee (B \wedge C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C)$
6) *поглощение*
   $A \vee (A \wedge B) = A$
   $A \wedge (A \vee B) = A$
7) *склеивание*
   $(A \wedge B) \vee (\overline{A} \wedge B) = B$
   $(A \vee B) \wedge (\overline{A} \vee B) = B$
8) *операции отрицания*
   $A \wedge \overline{A} = 0$
   $A \vee \overline{A} = 1$
9) *операции с константами*
   $A \wedge 1 = A$, $A \vee 1 = 1$
   $A \wedge 0 = 0$, $A \vee 0 = A$
10) *законы де Моргана*
   $\overline{A \wedge B} = \overline{A} \vee \overline{B}$ (1-ый закон)
   $\overline{A \vee B} = \overline{A} \wedge \overline{B}$ (2-ой закон)